

## Cognição e resolução de problemas na Educação Matemática

Cognition and problem solving in the mathematics education

**Célia Barros Nunes**

Doutora em Educação Matemática.  
Professora da UNEB/Campus X-BA.  
Professora visitante da Faculdade do Sul da  
Bahia (Fash).  
Email: celiabns@gmail.com

**Resumo:** A construção do conhecimento pode ser efetivada através da resolução de problemas. Ela, a resolução de problemas, é o cerne da matemática, isto é, a essência da atividade matemática, podendo ampliar e exercitar as capacidades intelectuais e cognitivas dos estudantes. Sendo assim, este texto tem por finalidade mostrar alguns aspectos cognitivos e metacognitivos subjacentes à resolução de problemas, ou seja, apresentar técnicas ou estratégias que possam contribuir para conscientizar os alunos de suas capacidades metacognitivas ao resolver um problema matemático, uma vez que, na resolução de problemas, a metacognição se expressa como a capacidade que tem o estudante de observar e refletir sobre os processos de pensamento que utiliza ao resolver um problema matemático.

**Palavras-chave:** Cognição; resolução de problemas, matemática

**Abstract:** Problem Solving may be an effective way to accomplish building knowledge. It is the core of mathematics, that is, it is the better way of developing its activities. Through the mathematical practice the students may increase and exercise their intellectual and cognitive capacities. So, this text intends to present some cognitive and metacognitive aspects for the problem solving, that means, to present techniques and strategies that may contribute to turn the students to be aware of their metacognitive abilities in solving a mathematical problem, because in problem solving, metacognition is expressed as a capacity the student has to observe and think about the processes his thought use to solve a mathematical problem.

**Keywords:** Knowledge; Resolution of problems; mathematic.

98

Dizem Vila e Callejo (2006) que “a base de conhecimentos é o conjunto de conhecimentos que estão disponíveis na memória do sujeito para serem utilizados. Esta citação nos remete a termos usados por cientistas cognitivos – Cognição e Metacognição – que, atualmente, vem merecendo destaque no âmbito da Educação Matemática e que estão intimamente relacionados com a resolução de problemas. Nesse sentido, é fundamental buscar, primeiramente, a etimologia dessas palavras.

### 1 Cognição

Palavra de origem latina proveniente de *cognitio*, que, por sua vez, é derivada do verbo *cognoscere* (conhecer) e que teve origem nos escritos de Platão e Aristóteles. De acordo com a sua etimologia, cognição refere-se a conhecimento que envolve: percepção, atenção, memória, conceitos, crenças, estrutura de conhecimento, categorização, raciocínio, resolução de problemas, tomada de decisão e desenvolvimento de habilidades linguísticas. Vejamos o que dizem alguns pesquisadores, citados por Motta (2007), sobre o significado da palavra cognição.

Smith (1989) define cognição como sendo uma determinada organização do conhecimento no cérebro, ou o processo de organização de tal conhecimento.

Para Marchschi (1999) cognição diz respeito ao conhecimento, suas formas de produção e processamento e reporta-se à natureza e aos tipos de operações mentais que realizamos no ato de conhecer ou de dar a conhecer.

Já para Sternberg (2000), a cognição está relacionada “ao modo como as pessoas percebem, aprendem, recordam e pensam sobre a informação.

Matlin (2004) descreve-a como “tudo que possa estar relacionado à aquisição, manutenção, recuperação e uso de conhecimento”.

Embora todos se apresentem com falas distintas, pode-se perceber que convergem a um só termo: conhecimento.

## 2 Metacognição

Esse termo surgiu por volta dos anos 70, no século XX, nos estudos de Flavell, sobretudo na área de memória. Significa, essencialmente, cognição sobre cognição, isto é, refere-se a cognições de segunda ordem: pensamentos sobre pensamentos, conhecimento sobre conhecimento e reflexões sobre ações.

Para Schoenfeld (1987), traduzir o termo “metacognição” para uma linguagem do dia-a-dia é obter algo como “reflexões sobre a cognição” ou “pensar sobre seu próprio pensamento”. Embora, usadas com frequência, essas definições não são suficientemente precisas. Ressalta o autor que as pesquisas sobre metacognição focam sobre três categorias de comportamento intelectual:

- a) seu conhecimento sobre seus próprios processos de pensamento. quão preciso está você em descrever seu próprio pensamento?
- b) controle ou auto-regulação dos conhecimentos e dos processos que podem ser úteis e necessários à resolução de problemas;
- c) crenças e intuições: que ideias sobre matemática você leva para seu trabalho em matemática, e como você delinea a maneira como se faz matemática.

Na visão de Schoenfeld, uma forma de olhar para a segunda categoria, descrita acima, é pensar nela como uma questão administrativa. É você, diante de um problema, ter a certeza de que o compreendeu antes de tentar rapidamente chegar a uma solução, planejar, monitorar aquilo que está fazendo e saber como conduzir suas ações durante a resolução de um problema.

Quanto à terceira categoria, para Schoenfeld (1987), as crenças têm uma grande influência no modo como os alunos aprendem e utilizam a matemática, e às vezes, é um obstáculo para a aprendizagem.

Estes aspectos, possivelmente, indicam que os alunos possuem estruturas mentais que utilizam de forma sistemática para interpretar o que lhes é ensinado. Ou melhor, nem sempre o que se ensina e o que os alunos aprendem são necessariamente a mesma coisa. Isso vai depender de suas estruturas mentais, de suas crenças ou intuições!

Para Fernandes (1989) “um fenômeno psicológico é da esfera metacognitiva quando o sujeito está de algum modo envolvido em processos de pensamento acerca de sua própria maneira de pensar”.

Segundo Boruchovitch e Bzuneck (2004, apud Alves e Luz, 2008) um estudante se torna auto-regulado quando aprende a perseguir seus objetivos, prioriza a meta, envolve-se motivacional e afetivamente com a tarefa, planeja, decide, age com autonomia, sabe utilizar as estratégias cognitivas e metacognitivas. São os processos cognitivos, afetivos e de auto-regulação que dão garantia ao sujeito para se ter êxito na aprendizagem. A aprendizagem auto-regulada permite que o sujeito tenha um comportamento proativo, que seja regulador dos seus próprios processos de aprendizagem, que seja participante ativo desse processo e seja promotor do próprio desempenho.

Dizem Villa e Callejo (2006): “é necessariamente importante que os alunos saibam, saibam fazer e façam”. Entretanto, não podemos esquecer a necessidade e a conveniência de que também reflitam sobre “o que sabem, o que sabem fazer e o que fazem”. Dito de outra forma, quando a pessoa enfrenta um problema matemático ela tenta ter acesso aos conhecimentos que possui, relaciona-os e vê a forma de utilizá-los no problema dado. Em resumo, deve não só recuperar alguns dos conhecimentos de que dispõe, como também administrar o modo de usá-los.

Por sua vez, Cantoral (1998, apud D’Amore, 2007), falando sobre cognição e

conhecimento diz que:a) conhecimento é a informação sem uso;b) saber é a ação deliberada para fazer do conhecimento um objeto útil diante de uma situação problemática.

E, como consequência obtém-se a aprendizagem que, segundo ele, é: "uma manifestação da evolução do conhecimento em saber. Portanto, a aprendizagem consiste em dar a resposta correta antes da situação concreta".

### 3 Aspectos da metacognição na resolução de problemas

Ao se falar de resolução de problemas não se pode deixar de lembrar-se de um ilustre matemático húngaro George Polya, que, com suas sábias palavras, nos deixa uma mensagem sobre resolução de problemas (1945, apud D' Amore, 2008, p. 290):

Resolver problemas significa encontrar um caminho para sair de uma dificuldade, um caminho para evitar obstáculo, para alcançar um objetivo que não seja imediatamente alcançável. Resolver problemas é uma tarefa específica da Inteligência e a Inteligência é um dom específico do gênero humano; pode-se considerar a resolução de problemas como a atividade mais característica do gênero humano.

Para Polya (1962-64), "resolver problemas" era o tema mais importante para se "fazer matemática", reforçando que primeiramente deve-se ensinar o aluno a pensar. Recomendava que o professor deve ajudar o aluno com naturalidade. Tentar colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste, procurar o que se passa em sua mente e fazer uma pergunta ou indicar um passo que poderia ter ocorrido ao próprio estudante. Com isso, ele dizia que o professor de Matemática não deve simplesmente transmitir informação, mas também, tentar desenvolver no estudante a sua capacidade de saber utilizar a informação transmitida: deve enfatizar o saber-fazer, atitudes úteis, hábitos de pensamento desejáveis. E, essas formas de pensamento podem ser identificadas através da resolução de problemas.

Mas, o que é mesmo um problema? Várias são as concepções sobre problema. Destaco aqui a concepção de Onuchic (1999, p.215):

Problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, que o problema passa a ser um ponto de partida e que, através da resolução do problema, os professores devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.

Mais que isso, o problema deve ser acessível ao resolvidor e, para tal, é necessário: que ele tenha um conhecimento prévio de conteúdos matemáticos necessários para chegar à sua solução; que se sinta motivado para resolvê-lo; e que facilite o desenvolvimento de sua intuição e criatividade, levando-o a exercitar o seu pensar matemático (NUNES, 2010).

Vários autores, dentre eles, Garofalo (1987); Schoenfeld (1987) sugerem técnicas ou estratégias que possam contribuir para conscientizar os alunos sobre suas capacidades metacognitivas quando estão a resolver problemas.

Garofalo (1987, apud Fernandes, 1989) identifica três atividades que o professor poderá desenvolver durante a resolução do problema dado: 1) fazer perguntas que levem os alunos a refletir sobre seus conhecimentos de matemática e sobre seus comportamentos e maneiras de pensar; 2) transmitir aos alunos um conjunto de ideias, de fatos e conceitos inerentes ao ensino e à aprendizagem da matemática; 3) Ajudar os alunos a avaliar e a regular os seus comportamentos e ações.

Schoenfeld, por sua vez, em 1987, explicita quatro técnicas que poderiam ser utilizadas em sala de aula e que facilitam o desenvolvimento de capacidades metacognitivas. A primeira é a utilização de fitas de vídeo tape para mostrar aos alunos gravações de outros alunos ao resolverem problemas.

Segundo Schoenfeld essa atividade permite ao aluno tomar consciência de suas próprias capacidades e recursos metacognitivos. Na segunda técnica, o professor modela para o aluno o comportamento metacognitivo ideal, quando o professor, no ambiente de sala de aula, fala (pensa) alto enquanto apresenta a resolução dos problemas de forma que os alunos percebam e tomem consciência dos aspectos metacognitivos envolvidos<sup>2</sup>.

Na terceira técnica os problemas são discutidos por toda a sala com o professor servindo de moderador da atividade. Nesse caso, o foco da discussão está nas decisões a tomar, nos planos a elaborar, nas estratégias a utilizar. Aqui os alunos trabalham ativamente sobre o problema e discutem suas soluções e a tarefa do professor é apenas a de orientar os alunos em suas resoluções a fim de gerar discussões.

Por último, na quarta técnica, Schoenfeld sugere que os alunos trabalhem em pequenos grupos enquanto o professor atua como uma pessoa que está ali sempre disponível para ajudá-los, como um guia. Três perguntas devem estar presentes nesse momento: 1) O que você está fazendo? 2) Porque está fazendo isso? 3) Como o que está fazendo pode lhe ajudar a resolver esse problema? Estas perguntas, segundo Schoenfeld, asseguram o controle da situação por parte dos alunos e contribuem para modificar o seu comportamento<sup>3</sup>.

Outros pesquisadores têm sugerido trabalho em pequenos grupos para resolver problemas. Fernandes (1989) acredita que esse tipo de trabalho evidencia os aspectos metacognitivos que se apresentam no aluno. À medida em que ele explicita, defende ou discute sua linha de raciocínio junto dos colegas, tem a oportunidade única de refletir acerca de seus próprios processos de pensamento e também para analisar criticamente os processos utilizados por outros.

Onuchic (1999) defende que, ao se colocar o foco em resolução de problemas, o ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição, mas o problema; que a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação de aprendizagem e, sim, como orientação para a aprendizagem. Percebe-se, nesse contexto, que o ensino-aprendizagem por meio de resolução de problemas é uma tentativa de modificar o desenvolvimento habitual das aulas de matemática. Ela passa de uma atividade limitada a engajar os alunos na aplicação de conhecimento, depois da aquisição de certos conceitos e determinadas técnicas, para ser tanto um meio de adquirir novo conhecimento como um processo no qual o aluno pode aplicar o que previamente havia construído.

Concordando com a visão de Onuchic vemos que a resolução de problemas é um meio para pôr o foco nos alunos, em seus processos de pensamento e nos métodos inquisitivos; uma ferramenta para formar sujeitos com capacidade autônoma de resolver problemas, sujeitos críticos e reflexivos que tenham seus próprios critérios de resolução.

Cabe ao professor criar um ambiente de resolução de problemas que motive o aluno a ir à busca da descoberta e a sentir o prazer pela Matemática. O professor deve buscar problemas que sejam acessíveis aos alunos, que não lhes acarretem frustrações, nos quais se sintam desafiados a pensar. Tudo isso poderá ser possível se o professor assumir uma metodologia na qual confie e tenha domínio para seu trabalho em sala de aula.

Onuchic (1998); Onuchic e Allevato (2008), também, defendem um trabalho em grupo colaborativamente, ao apresentarem uma estratégia para se trabalhar em sala de aula, denominada, por Onuchic, *Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*. Nesta metodologia os alunos atuam como investigadores quando buscam por uma solução do problema proposto, usam os conhecimentos que já adquiriram (conhecimentos prévios), descobrem caminhos e decidem quais devem usar discutindo, em pequenos grupos, o que deve ser feito para chegar à solução.

Allevato e Onuchic (2008, p. 5) explicitam a opção de se utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação:

A opção de utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como coconstrutores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. Ela é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário.

Segundo as autoras, não há estratégias rígidas para se colocar em prática essa metodologia. Apesar disso, diante do comportamento dos professores numa aula que parte de um problema gerador de novos conceitos e novos conteúdos, uma linha que permite organizar as atividades poderia seguir os seguintes passos:

- a) formar grupos e entregar a atividade – o professor apresenta o problema aos alunos que, distribuídos em pequenos grupos, lêem e tentam interpretar e compreender o problema. ressalte-se que o conteúdo necessário, ou mais indicado, para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula. o problema proposto aos alunos, que chamamos problema *gerador*, é que conduzirá ao conteúdo que o professor planejou construir naquela aula.
- b) observar e incentivar – o professor não mais tem o papel de transmissor do conhecimento. enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. o professor faz a intermediação no sentido de levar os alunos a pensar, dando-lhes tempo para tal, e incentivando a troca de ideias entre os alunos.
- c) auxiliar nos problemas secundários – o professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios ou técnicas já conhecidas para resolver o problema; estimula-os a escolher diferentes métodos a partir dos próprios recursos de que dispõem. entretanto, é necessário que atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como um interventor e questionador, acompanhando suas explorações e ajudando-os, quando necessário, a resolver problemas secundários. tratam-se de dúvidas apresentadas pelos alunos no contexto do vocabulário presente no enunciado; no contexto da leitura e interpretação; além daqueles que podem surgir por ocasião da resolução do problema: notação, passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática, conceitos relacionados, técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuidade do trabalho.
- d) registrar as resoluções na lousa – representantes dos grupos são convidados a registrar as resoluções na lousa. resoluções certas e erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
- e) realizar uma plenária – o professor chama todos os alunos para discutirem as resoluções realizadas pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. o professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos, pois este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
- f) buscar um consenso – após sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- g) formalizar o conteúdo – neste momento, denominado *formalização*, o professor faz uma apresentação formal dos novos conceitos e conteúdos construídos, destacando as diferentes técnicas operatórias e as propriedades qualificadas para o assunto.

Ainda, segundo as autoras, nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes mesmo de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor e necessário ou mais apropriado à resolução do problema proposto. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desen-

volvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos, é feita continuamente, durante a resolução do problema.

Como se pode perceber, nessa metodologia de trabalho em sala de aula, há uma preocupação com a aprendizagem da matemática que deve acontecer através da resolução do problema, ou melhor, ao longo de todo o processo de resolução do problema. Nesse sentido, não devemos perder de vista, que ela conduz o aluno a refletir sobre seus próprios pensamentos quando está resolvendo o problema, como também no momento do trabalho em grupo, onde ele tem a oportunidade de discutir suas próprias ideias junto aos colegas.

Assim, pode-se perceber que essa dinâmica de trabalho para sala de aula, a metodologia de ensino-aprendizagem- avaliação de matemática através da resolução de problemas, também evidencia os aspectos metacognitivos desenvolvidos no aluno, quando eles, em pequenos grupos, tem a oportunidade de pensar, argumentar suas ideias e estão, de alguma forma, envolvidos em processos de pensamento acerca de sua própria maneira de pensar. Nesse sentido, pode-se aferir que a metacognição é um fator chave para a aprendizagem.

Quando o professor incentiva aos estudantes trabalharem cooperativamente e colaborativamente, em um cenário de resolução de problemas, essa experiência, possivelmente, se converterá em oportunidades de aprendizagem, na qual, os estudantes na condição de resolvidores, “interagem com o meio, com a matemática e com seus colegas, ações que poderão ajudar a construir seus próprios conhecimentos matemáticos. Por tanto, segundo Gonzalez (2002), “a resolução de problemas pode ser assumida como uma tarefa orientada para o desenvolvimento do talento e sua realização engloba aspectos cognitivos, afetivos e criativos do desenvolvimento pessoal”.

#### Referências

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. A resolução de problemas como uma metodologia de trabalho para o ensino de Matemática em sala de aula. In: 11th International congress on Mathematical Education – ICME, 2008. *Anais ...*México, 2008.
- ALVES, H. O. ; LUZ, A. A. *Aspectos cognitivos, metacognitivos e afetivos envolvidos na resolução de problemas matemáticos*. Disponível em: <[http://www.educacao.ufrj.br/revista/indice/numero3/artigos/aspectos\\_cognitivos.pdf](http://www.educacao.ufrj.br/revista/indice/numero3/artigos/aspectos_cognitivos.pdf)>. Acesso em 06/10/2008.
- D'AMORE, B. *Elementos de Didática da Matemática*. Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.
- FERNANDES, D. Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de matemática. In: *Revista Educação e Matemática*, n. 8, 1º trimestre de 1989, p. 3-6.
- GONZALEZ, F. E. El decálogo Del resolvidor exitoso de problemas. *Investigación y postgrado*. [online]. abr. 2002, vol.17, no.1 p.11-45. Disponível em World Wide Web: <[http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1316-00872002000100002&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-00872002000100002&lng=es&nrm=iso)>. Acesso em: 15 Novembro 2010.
- MOTTA, A. G. *O continuum cognição metacognição nas estratégias bottom-up empregadas na compreensão textual em L2*. Dissertação de Mestrado em Leitura e Cognição, Universidade de Santa Cruz do Sul, 2007, Santa Cruz do Sul. Disponível em [http://www.unisc.br/cursos/pos\\_graduacao/mestrado/letras/dissertaoes/turma\\_2005/alayde.pdf](http://www.unisc.br/cursos/pos_graduacao/mestrado/letras/dissertaoes/turma_2005/alayde.pdf). Acesso em 22/10/2008.
- NUNES, Célia Barros. *O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático matemáticas na formação inicial de professores de matemática*. Tese de doutoramento. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, Brasil, 2010.
- ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: Editora UNESP, 1999, cap.12, p.199-220.

POLYA, G. *Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving*. USA: Library of Congress Catalog, vol.2, 1965.

POLYA, G. *Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving*. USA: Library of Congress Catalog, vol.1, 1962.

SCHOENFELD, A. H. What's all the fuss about metacognition? In: SCHOENFELD, A. H. (Ed.). *Cognitive Science and mathematics education*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1987, p. 189-215.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. Modificação de crenças: proposta de intervenção educativa. In: VILA, A. e CALLEJO *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas*. Tradução Ernani Rosa. SP: ARTMED, 2006. p.127-182.

#### Notas:

<sup>1</sup> De acordo com Schoenfeld (1985) a compreensão e o ensino da Matemática devem ser abordados como um domínio de resolução de problemas. Sendo assim, ele nos apresenta quatro categorias de conhecimento/habilidade necessárias para uma pessoa ser bem sucedida em Matemática: (1) Recursos – conhecimento de procedimentos e questões da matemática; (2) Heurística – estratégias e técnicas para a resolução de problemas tais como trabalhar o que foi ensinado ou desenhar figuras; (3) Controle – decisões sobre quando e quais recursos utilizar; (4) Convicções – uma visão matemática do mundo, que determina como alguém aborda um problema.

<sup>2</sup> Apesar do documento “Uma Agenda para a Ação” – NCTM – recomendar que a resolução de problemas fosse o foco da matemática escolar para os anos 80, século XX, durante essa década, nem todos os educadores matemáticos concordavam com a forma de compreender essa recomendação – Teorizar sobre resolução de problemas e Ensinar Matemática para resolver problemas. A década de 80 estava terminada e, apesar de haver ótimos resolvidores de problemas e de se escrever artigos teorizando sobre resolução de problemas, os testes, aplicados nacionalmente nos Estados Unidos, mostravam que a massa dos alunos não sabia matemática. Assim, os educadores matemáticos perceberam uma nova forma de olhar a resolução de problemas.

<sup>3</sup> A terceira e a quarta técnica apresentadas por Schoenfeld (1987), se apresentam com uma nova característica Ensinar Matemática através da Resolução de problemas, isto é, a Resolução de Problemas deve ser vista como uma metodologia de ensino.

**Texto recebido e aprovado em abril de 2011.**

**Text received and approved in April 2011.**